

## PERMASALAHAN DALAM MENGERJAKAN SOAL LOGARITMA TINGKAT SMA

Eza Putri Nandhiyah<sup>1)</sup>, Umma Niswati<sup>2)</sup>, Anita Dewi Utami<sup>3)</sup>

<sup>1</sup>IKIP PGRI Bojonegoro

email: [nandhiyahezaputri2101@gmail.com](mailto:nandhiyahezaputri2101@gmail.com)

<sup>2</sup>IKIP PGRI Bojonegoro

email: [ummaniswati163@gmail.com](mailto:ummaniswati163@gmail.com)

<sup>3</sup>IKIP PGRI Bojonegoro

email: [anita\\_dewi@ikipgribojonegoro.ac.id](mailto:anita_dewi@ikipgribojonegoro.ac.id)

**Abstrak:** Penelitian ini bertujuan untuk mencari tahu penyebab atau permasalahan yang terjadi dalam mengerjakan soal logaritma. Penelitian ini dilakukan pada siswa SMA N 1 Cepu dan SMA N 1 Soko. Teknik pengumpulan data yang digunakan adalah tes, wawancara melalui media online, dan dokumentasi. Berdasarkan hasil analisis kesalahan yang telah dilakukan dapat ditarik kesimpulan bahwa kesalahan yang dilakukan kedua siswa tersebut adalah (1) kesalahan statistik (2) kesalahan konsep dan kesalahan hitung. Permasalahan yang pertama yaitu belum faham dengan materi tersebut karena seorang guru hanya memberi tugas tanpa menjelaskan terlebih dahulu. Permasalahan yang kedua yaitu kesalahan hitung yang sering dilakukan oleh siswa, penyebab dari kesalahan tersebut adalah siswa ceroboh dalam menghitung atau kurang teliti dalam menuliskan hasil akhir.

**Kata kunci:** Analisis Kesalahan; Matematika; Logaritma

**Abstract:** This study aims to find out the causes or problems that occur in working on logarithmic problems. This research was conducted on students of SMA N 1 Cepu and SMA N 1 Soko. Data collection techniques used were tests, interview through online media, and documentation. Based on the results of the error analysis that has been done, it can be concluded that the mistakes made by the two students were (1) statistical error (2) misconceptions and miscalculations. The first problem is that they do not understand the material because a teacher only gives assignments without explaining it first. The second problem is counting errors that are often made by students, the cause of these errors is that students are careless in calculating or not being careful in writing the final result.

**Keywords:** Error Analysis; Mathematic; Logarithm

### Pendahuluan

Matematika menjadi salah satu komponen penting sebagai penunjang masa depan seseorang. National Council of Teachers of Mathematics (2000,p.5) juga menyatakan bahwa seseorang yang mampu memahami dan mengaplikasikan matematika dalam kehidupannya akan secara signifikan meningkatkan peluang dan pilihan untuk membentuk masa depan mereka. Memiliki kompetensi matematika berarti telah membuka pintu menuju masa depan yang produktif. Sebaliknya, kurangnya kemampuan seseorang dalam matematika membuat pintu-pintu tersebut tertutup. Muijs dan Reynolds (2008,p.333) juga mengungkapkan bahwa matematika merupakan 'kendaraan' utama untuk mengembangkan kemampuan berpikir logis dan keterampilan kognitif yang lebih tinggi pada anak-anak. Oleh sebab itu, pembelajaran matematika dirasa penting sejak anak berusia dini. Ditegaskan pula dalam UU No. 20 Tahun 2003 tentang sistem Pendidikan Nasional pasal 37 ayat 1, secara eksplisit tertulis bahwa matematika menjadi salah satu mata pelajaran yang wajib termuat dalam kurikulum pendidikan dasar dan menengah.

Matematika sangat membantu manusia dalam kehidupan, termasuk fungsi eksponensial dan fungsi logaritma. Jackie (2010,p.1) mengungkapkan bahwa fungsi eksponensial dan logaritma adalah fungsi yang penting dalam sains, teknik, dan ekonomi. Fungsi tersebut sangat berguna dalam pemodelan secara matematis terkait bagaimana suatu populasi tumbuh atau menurun, menghitung bunga majemuk, dan menentukan taraf intensitas bunyi. Bahkan, logaritma juga diterapkan untuk membantu mengukur besarnya gempa (Johnson, 2007, p.786). Mengingat pentingnya logaritma untuk dipelajari, NCTM (2000, p.296) pun menuliskan bahwa salah satu cabang dari Aljabar yang wajib dipelajari peserta didik

ialah fungsi eksponen dan fungsi logaritma. Tujuan pembelajarannya ialah peserta didik mampu memahami dan membandingkan sifat fungsi-fungsi tersebut.

Belakangan ini, ilmu matematika telah berkembang pesat. Bukan hanya sebatas hitung-menghitung menggunakan skala statistik, nilai, angka-angkareal, kalkulus, dan peluang. Akan tetapi, perkembangan ilmu matematika juga terjadi didasarkan pada penalaran-penalaran yang logis atas sistem matematis. Penalaran yang dilakukan oleh para ahli matematik diperoleh atas realita kehidupan yang nyata dirasakan oleh manusia di kehidupan sehari-hari. Penalaran inilah dalam bahasa matematika sering disebut logika. Dari latar belakang masalah diatas maka penulis akan menyusun salah satu pembahasan matematika yaitu tentang logaritma.

Logaritma adalah suatu operasi matematika yang merupakan kebalikan atau invers dari eksponen atau perpangkatan.

Jika diketahui suatu perpangkatan

$a^c = b$  maka bentuk tersebut dapat dituliskan dalam bentuk logaritma menjadi

$b = c$  atau  ${}^a\log b = c$

dengan  $a > 0$  dan  $a \neq 1$ .

Keterangan:

a = basis logaritma

b = bilangan yang dicari nilai logaritmanya (numerus)

c = besar pangkat / nilai logaritma

Sebagai contoh, misalkan diberikan  ${}^2\log 8 = c$  maka  $c=3$ , karena  $2^3 = 8$ .

Sehingga dapat disimpulkan bahwa logaritma merupakan suatu operasi kebalikan dari perpangkatan, yaitu mencari nilai yang menjadi pangkat dari suatu bilangan.

#### Bentuk Perpangkatan    Bentuk Logaritma

$$3^4 = 81$$

$${}^3\log 81 = 4$$

$$3^{-4} = \frac{1}{81}$$

$${}^3\log \frac{1}{81} = -4$$

$$4^{\frac{3}{2}} = 8$$

$${}^4\log 8 = \frac{3}{2}$$

Jika nilai  $a = 10$ , biasanya 10 tidak dituliskan sehingga menjadi  $\log b = c$ .

Sebagai contoh, jika  $10^3 = 1000$  maka dalam bentuk logaritma menjadi  $\log 1000 = 3$

Selain itu, logaritma memiliki sifat-sifat yang wajib kita pahami. Karena untuk menyelesaikan soal-soal logaritma kita membutuhkan pemahaman sifat-sifat logaritma tersebut.

Basis logaritma yang paling umum digunakan adalah  ${}^2\log x$ ,  $e^{\log x}$  atau  $\ln x$ , dan  $10^{\log x}$ . Fungsi-fungsi tersebut memiliki basis 2, e, dan 10. Logaritma dengan basis e juga disebut 'logaritma natural', di mana:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$$

$$e = 2.718281828459045\dots$$

Notasi logaritma antara lain:

- Di Indonesia, kebanyakan buku pelajaran Matematika menggunakan notasi  ${}^b\log a$  daripada  $\log_b a$ . Buku-buku Matematika berbahasa Inggris menggunakan notasi  $\log_b a$
- Beberapa orang menulis  $\ln a$  sebagai ganti  $e\log a$ ,  $\log a$  sebagai ganti  $10\log a$  dan  $\lg a$  sebagai ganti  $2\log a$ .
- Pada kebanyakan kalkulator, LOG menunjuk kepada logaritma berbasis 10 dan Ln menunjuk kepada logaritma berbasis e.
- Pada beberapa bahasa pemrograman komputer seperti C, C++, Java dan BASIC, LOG menunjuk kepada logaritma berbasis e.
- Terkadang  $\text{Log } x$  (huruf besar L) menunjuk kepada  $10\log x$  dan  $\log x$  (huruf kecil L) menunjuk kepada  $e\log x$

**RUMUS DAN SIFAT-SIFAT LOGARITMA**

$a^c = b \rightarrow {}^a \log b = c$
a = basis
b = bilangan yang dilogaritma
c = hasillogaritma
<b>Sifat-sifatLogaritma</b>
${}^a \log a = 1$
${}^a \log 1 = 0$
${}^a \log a^n = n$
${}^a \log b^n = n \cdot {}^a \log b$
${}^a \log b \cdot c = {}^a \log b + {}^a \log c$
${}^a \log \frac{b}{c} = {}^a \log b - {}^a \log c$
${}^{a^n} \log b^m = \frac{m}{n} \cdot {}^a \log b$
${}^a \log b = 1 \div {}^b \log a$
${}^a \log b \cdot {}^b \log c \cdot {}^c \log d = {}^a \log d$
${}^a \log b = {}^c \log b \div {}^c \log a$

Kegunaan logaritma sering digunakan untuk memecahkan persamaan yang pangkatnya tidak diketahui. Turunannya mudah dicari dan karena itu logaritma sering digunakan sebagai solusi dari integral. Dalam persamaan  $b^n = x$ , b dapat dicari dengan pengakaran, n dengan logaritma, dan x dengan fungsi eksponensial

Dalam sains, terdapat banyak besaran yang umumnya diekspresikan dengan logaritma. Sebabnya, dan contoh-contoh yang lebih lengkap, dapat dilihat di skala logaritmik.

- Negatif dari logaritma berbasis 10 digunakan dalam kimia untuk mengekspresikan konsentrasi ion hidronium (pH). Contohnya, konsentrasi ion hidronium pada air adalah  $10^{-7}$  padasuhu 25 °C, sehingga pH-nya 7.
- Satuan bel (dengan simbol B) adalah satuan pengukur perbandingan (rasio), seperti perbandingan nilai daya dan tegangan. Kebanyakan digunakan dalam bidang telekomunikasi, elektronik, dan akustik. Salah satu sebab digunakannya logaritma adalah karena telinga manusia mempersepsikan suara yang terdengar secara logaritmik. Satuan Bel dinamakan untuk mengenang jasa Alexander Graham Bell, seorang penemu di bidang telekomunikasi. Satuan desibel (dB), yang sama dengan 0.1 bel, lebih sering digunakan.
- Skala Richter mengukur intensitas gempa bumi dengan menggunakan skala logaritma berbasis 10.
- Dalam astronomi, magnitudo yang mengukur terangnya bintang menggunakan skala logaritmik, karena mata manusia mempersepsikan terang secara logaritmik.

Logaritma memindahkan fokus penghitungan dari bilangan normal kepangkat-pangkat (eksponen). Bila basis logaritmanya sama, maka beberapa jenis penghitungan menjadi lebih mudah menggunakan logaritma

Perhitungan Dengan Angka	Perhitungan Dengan Eksponen	IdentitasLogaritma
Ab	A + B	$\text{Log}(ab) = \text{log}(a) + \text{log}(b)$
$\frac{a}{b}$	A – B	$\text{Log}\left(\frac{a}{b}\right) = \text{log}(a) - \text{log}(b)$
$a^b$	Ab	$\text{Log}(a^b) = b \text{ log } (a)$
$\sqrt[b]{a}$	$\frac{a}{b}$	$\text{Log}\left(\sqrt[b]{a}\right) = \frac{\text{log } a}{b}$

Sifat-sifat di atas membuat penghitungan dengan eksponen menjadi lebih mudah, dan penggunaan logaritma sangat penting, terutama sebelum tersedianya [kalkulator](#) sebagai hasil perkembangan teknologi modern.

Untuk mengkali dua angka, yang diperlukan adalah melihat logaritma masing-masing angka dalam tabel, menjumlahkannya, dan melihat antilog jumlah tersebut dalam tabel. Untuk mengitung pangkat atau akar dari sebuah bilangan, logaritma bilangan tersebut dapat dilihat di tabel, lalu hanya mengkali atau membagi dengan *radix* pangkat atau akar tersebut.

Dalam kalkulus  $\frac{d}{dx} \log b(x) = \frac{d \ln(x)}{dx \ln(b)} = \frac{1}{x \ln(b)} = \frac{\log b(e)}{x}$ . Dimana  $\ln$  adalah logaritma natural, yaitu logaritma yang berbasis e. Maka rumus di atas dapat di sederhanakan menjadi:

$$\frac{d}{dx} \ln(x) = \frac{1}{x}$$

Integral fungsi logaritma adalah

$$\int \log b(x) dx = x \log b(x) - \frac{x}{\ln(b)} + C = x \log b \left( \frac{x}{e} + C \right)$$

Integral logaritma berbasis e adalah

$$\int \ln(x) dx = x \ln(x) - x + C$$

Perhitungan algoritma:

Nilai logaritma dengan basis b dapat dihitung dengan rumus di bawah ini:

$$\log b(x) = \frac{\log e(x)}{\log e(b)} \quad \text{atau} \quad \log b(x) = \frac{\log 2(x)}{\log 2(b)}$$

Sedangkan untuk logaritma berbasis e dan bebas.

### CONTOH LATIHAN SOAL LOGARITMA

ContohSoal 1

$${}^2\log 16 = \dots$$

Pembahasan:

$$\begin{aligned} {}^2\log 16 &= {}^2\log 2^4 \\ &= 4 \cdot {}^2\log 2 \\ &= 4 \cdot 1 \\ &= 4 \end{aligned}$$

ContohSoal 2

$${}^5\log 100 - {}^5\log 4 = \dots$$

Pembahasan :

$$\begin{aligned} {}^5\log 100 - {}^5\log 4 &= {}^5\log \frac{100}{4} \\ &= {}^5\log 25 \\ &= {}^5\log 5^2 \\ &= 2 \cdot {}^5\log 5 \\ &= 2 \cdot 1 \\ &= 2 \end{aligned}$$

### Metode

Jenis penelitian ini adalah penelitian deskriptif. Penelitian deskriptif-kualitatif dipilih karena bentuk penelitian ini mampu menangkap berbagai informasi kualitatif. Responden penelitian ini adalah siswa kelas XI SMA N 1 Soko dan siswa kelas XII SMA N 1 Cepu. Pengumpulan data dalam penelitian ini dilakukan dengan menggunakan metode tes, wawancara melalui media online, dan dokumentasi. Sebelum wawancara, terlebih dahulu dilakukan tes soal matematika dengan materi *Logaritma*. Teknik analisis data yang digunakan dalam penelitian ini adalah reduksi data, penyajian data, dan penarikan kesimpulan.

## Hasil dan Pembahasan

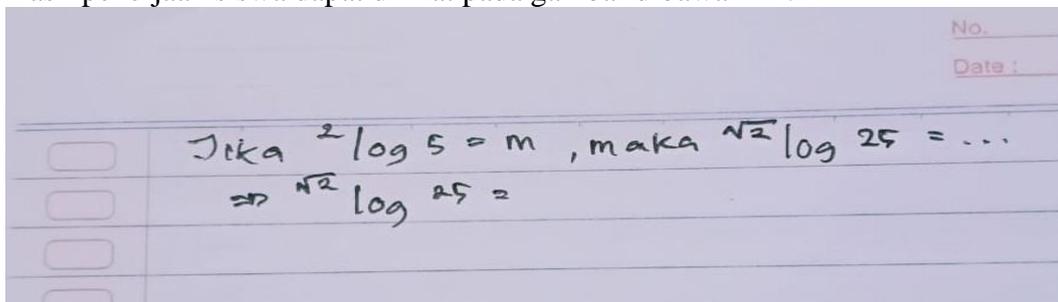
Berdasarkan data hasil tes dan wawancara siswa kelas XI SMA N 1 Soko dan siswa kelas XII SMA N 1 Cepu, masing-masing siswa tersebut mempunyai permasalahan yang berbeda. Selanjutnya penelitian melakukan observasi terhadap jawaban soal logaritma. Untuk mendapat data yang lebih akurat, penelitian melakukan wawancara pada subjek penelitian tersebut, kesalahan-kesalahan siswa dalam mengerjakan soal logaritma dan faktor-faktor kesalahan yang menyebabkan siswa melakukan kesalahan dalam menyelesaikan soal logaritma dapat dilihat sebagai berikut :

### Analisis Kesalahan

Berdasarkan hasil penelitian terhadap siswa terdapat suatu permasalahan. Berikut adalah permasalahan atau kesalahan-kesalahan yang dilakukan oleh siswa dalam menyelesaikan soal-soal logaritma:

#### Kesalahan Statistik (Siswa kelas XI SMA N 1 Soko)

Hasil pekerjaan siswa dapat dilihat pada gambar dibawah ini:



Gambar 1. Contoh Pekerjaan Siswa SMA N 1 Soko

Hasil wawancara peneliti dengan S1 setelah mengerjakan soal tes

P :” Apakah anda sudah paham dengan pertanyaan tersebut?”

S1 :” Saya tidak paham?”

P :” Apakah anda sudah paham dengan sifat-sifat logaritma”

S1 :” Saya juga tidak paham”

P :” Mengapa anda tidak paham dengan materi logaritma?”

S1 :” Karena guru saya tidak pernah menjelaskan materi tersebut. Guru hanya memberi tugas tentang materi logaritma tanpa menjelaskan terlebih dahulu.”

Berdasarkan hasil wawancara dengan subjek 1 dapat disimpulkan bahwa subjek 1 tidak memahami materi logaritma, terbukti subjek 1 tidak dapat menerapkan definisi logaritma ke dalam soal karena subjek 1 belum pernah dijelaskan oleh gurunya tentang materi tersebut. kemungkinan besar hal ini disebabkan karena adanya pandemi, yang mengakibatkan guru dan murid sulit untuk berkomunikasi. Oleh karena itu subjek 1 tidak dapat menyelesaikan soal tersebut.

#### Kesalahan Konsep (Siswa dari SMA N 1 Cepu)

Hasil pekerjaan siswa dapat dilihat pada gambar dibawah ini:

$$\begin{aligned}
 &\text{jika } 2 \log 5 = m \text{ maka } \sqrt{2} \log 25 = \dots \\
 &\sqrt{2} \log 25 = 2^2 \log 5^2 \\
 &= \frac{2}{2} \cdot 2 \log 5 \\
 &= \frac{2}{2} \cdot m \\
 &= m
 \end{aligned}$$

Gambar 2. Contoh Pekerjaan Siswa SMA N 1 Cepu

Hasil wawancara peneliti dengan S2 setelah mengerjakan soal tes

P :” Apakah anda sudah paham dengan pertanyaan tersebut?”

S1 :” Saya paham?”

P :” Apakah anda sudah paham dengan sifat-sifat logaritma”

S1 :” Iya saya paham”

P :” bagaimana anda mengerjakan soal tersebut?”

S1 :” Jadi akar 2 diganti pangkat lalu 25 juga diubah menjadi pangkat”

Berdasarkan hasil wawancara dengan subjek 2 dapat disimpulkan bahwa subjek 2 memahami materi tersebut. Akan tetapi subjek 2 tidak menyadari ketika melakukan kesalahan konsep atau pun kesalahan hitung, terbukti pada saat wawancara subjek 2 merasa pekerjaannya sudah benar. Permasalahan ini juga terjadi pada siswa lainnya, siswa sering ceroboh dalam menghitung atau kurang teliti dalam menuliskan hasil akhir.

Menurut Malau (dalam Sahriah:2012: 2) penyebab kesalahan yang sering dilakukan siswa dalam memecahkan soal-soal matematika dapat dilihat dari beberapa hal antara lain disebabkan kurangnya pemahaman atas materi prasyarat maupun materi pokok yang dipelajari, kurangnya penguasaan bahasa matematika, keliru menafsirkan atau menerapkan rumus, salah perhitungan, kurang teliti, lupa konsep.

Menurut Resky (dalam Olivier,2014: 135-136) menyatakan bahwa kesalahan adalah jawaban yang salah karena perencanaan yang tidak tepat dan tidak sistematis yang diterapkan dalam menyelesaikan permasalahan matematika, sedangkan miskonsepsi adalah gejala struktur kognitif yang menyebabkan kesalahan. Hal ini dapat dimaknai bahwa menyusun langkah-langkah secara tepat dapat digunakan untuk meminimalisir kesalahan.

## Simpulan

Dalam suatu penelitian, pengambilan suatu kesimpulan sangatlah penting karena dapat menggambarkan hasil penelitian. Sesuai dengan tujuan awal penelitian ini adalah untuk mencari tahu penyebab atau permasalahan yang terjadi dalam mengerjakan soal logaritma. Berdasarkan hasil analisis dan pembahasan hasil penelitian, maka dapat ditarik kesimpulan bahwa :

1. Kesalahan siswa kelas XI SMA N 1 Soko dan siswa kelas XII SMA N 1 Cepu dalam menyelesaikan soal logaritma terdapat 2 kesalahan yaitu :
  - a. Kesalahan Statistik
  - b. Kesalahan Konsep
2. Faktor-faktor yang menyebabkan terjadinya 2 kesalahan tersebut adalah sebagai berikut :
  - a. Siswa tidak paham dengan materi logaritma
  - b. Siswa tidak paham dengan konsep logaritma
  - c. Siswa kurang teliti dalam menyelesaikan soal

### **Daftar Rujukan**

Abdurrahman, Mulyono. (2009). *Pendidikan bagi Anak Berkesulitan Belajar*. Jakarta: Rineka Cipta.

Abdurrahman, Mulyono. (2012). *Pendidikan bagi Anak Berkesulitan Belajar*. Jakarta: Rineka Cipta.

Rahayu, Siti. (2016). “Analisis Kesalahan Siswa Dalam Menyelesaikan Soal-Soal Kesebangunan.” *Jurnal e-DuMath Volume 2 No. 1*

Zuldafrial dan Muhammad Lahir. (2012). *Penelitian kualitatif*. Surakarta: Yuma Pustaka